

کاربرد مفصل‌های دوبعدی در شبیه‌سازی توأم دبی خروجی سیلاب

محمد ناظری تهرودی^{۱*}، فرشاد احمدی^۲، رسول میرعباسی نجف‌آبادی^۳

تاریخ ارسال: ۱۴۰۱/۰۶/۲۷

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۲۲

DOI: 10.22103/nrswe.2023.20260.1012

چکیده

در این مطالعه با استفاده از رویکرد مبتنی بر مفصل به شبیه‌سازی دبی خروجی سیلاب در رودخانه کارون پرداخته شده است. در این خصوص از اطلاعات سیلاب مورخ سی‌ام نوامبر ۲۰۰۸ رودخانه کارون استفاده شد. با استفاده از توزیع‌های حاشیه‌ای ناکاگامی و پارتو تعمیم یافته، به بررسی توابع مفصل مختلف پرداخته شد که نتایج بیانگر برتری مفصل کلاپتون با مقدار $\theta = 4/9$ بود. با توجه به توزیع‌های حاشیه‌ای و مفصل کلاپتون، تحلیل فراوانی وقوع توأم جفت متغیر هیدروگراف ورودی و خروجی سیلاب انجام شد که منجر به ارائه منحنی تیپ در خصوص تخمین مقادیر مختلف هیدروگراف خروجی سیلاب متناظر با مقادیر هیدروگراف ورودی شد. این منحنی می‌تواند مقادیر خروجی هیدروگراف را با احتمالات مختلف و بر اساس مقادیر ورودی شبیه‌سازی کند. شبیه‌سازی مبتنی بر مفصل نیز با توجه به چگالی شرطی توابع مفصل نشان داد که ضریب همبستگی مقادیر شبیه‌سازی شده ۷ درصد بیشتر از مقادیر مشاهداتی است. دقت و قطعیت شبیه‌سازی مقادیر خروجی هیدروگراف نیز با توجه به نمودار وایولین تأیید شد. نتایج این تحقیق نشان داد که مدل شبیه‌سازی مبتنی بر مفصل، کارایی بالایی در شبیه‌سازی دبی خروجی هیدروگراف سیلاب دارد. نتایج شبیه‌سازی مبتنی بر مفصل بر اساس آماره‌های جذر میانگین مربعات خطا و نش-ساتکلیف، به ترتیب میزان خطای $35/93$ مترمکعب بر ثانیه و کارایی $0/96$ را نشان داد. چگالی شرطی مورد استفاده در این تحقیق سبب ارائه رابطه پیشنهادی در خصوص شبیه‌سازی دبی هیدروگراف خروجی به شرط وقوع هیدروگراف ورودی سیلاب در منطقه مورد مطالعه با کارایی ۶۶ درصد شد.

واژگان کلیدی: دبی سیلاب، روندیابی، کاپولا، کارون

*۱ - نویسنده مسئول و محقق پسا دکتری، گروه مهندسی آب، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران. Email: m_nazeri2007@yahoo.com

۲ - استادیار، گروه هیدرولوژی و منابع آب، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران.

۳ - دانشیار، گروه مهندسی آب، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران.

مقدمه

تجزیه و تحلیل فراوانی سیل یک روش اولیه مورد استفاده برای تعیین سیلاب طرح است که برای ساخت سازه‌های هیدرولیکی و مدیریت منابع آب مهم است (Khozaymehnezhad and Tahroudi 2019). در روش‌های مرسوم تحلیل فراوانی سیل، یکی از فرضیات تحلیل فرکانس سیل این است که سری‌های هیدرولوژیکی مستقل بوده و از توزیع یکسانی تبعیت می‌کنند. با این حال، فعالیت‌های انسانی و تغییرات آب و هوایی بر تمام رودخانه‌ها در سراسر جهان تأثیر گذاشته است (Jain and Lall 2000; Zhang et al. 2008; Vogel et al. 2011; Li et al. 2013; Hu et al. 2015; Tahroudi et al. 2019; Tahroudi et al. 2020a; Tahroudi et al. 2020b). این ویژگی‌ها بر مفروضات پایه تحلیل فراوانی سیل و قابلیت اطمینان مرتبط تأثیر می‌گذارند (Khozaymehnezhad and Nazeri-Tahroudi 2020).

یکی از روش‌های پرکاربرد و مهم در زمینه روندیابی سیلاب، روش ماسکینگام می‌باشد. بسیاری از محققان از مدل‌ها و الگوریتم‌های مختلفی برای محاسبه پارامترهای روش غیرخطی ماسکینگام استفاده کرده‌اند، از جمله جستجوی الگو و هوک-جیوز در ترکیب با رگرسیون خطی^۱، گرادیان مزدوج، و داویدون-فلچر-پاول (Powell 1985)، ترکیب روش غیر خطی^۲ با روش حداقل مربعات^۳ (NL+LSM) (Yoon and Padmanabhan 1993)، الگوریتم ژنتیک^۴ (GA) (Mohan 1997)، جستجوی هارمونی^۵ (HS) (Kim et al. 2001)، روش چندمتغیره لاگرانژ^۶ (LMM) (Das 2004)، روش بردن-فلچر-گلدفارب-شانو^۷ (BFGS) (Geem 2006)، الگوریتم انتخاب کلونال^۸ (CSA) (Luo and Xie 2010)، مدل پارامتر-تنظیم-فری^۹ و جستجوی هارمونی (PSF-HS) (Geem, 2011)، الگوریتم تکامل متفاوت^{۱۰} (DE) (Xu et al. 2011)، ترکیب جستجوی هارمونی و روش بردن-فلچر-

گلدفارب-شانو (HS-BFGS) (Karahana et al. 2012)، روش کلونی زنبورهای عسل^{۱۱} (BC) (Vafakhah et al. 2015) و بهینه‌سازی کلونی مورچه‌ها^{۱۲} (ACO) (Zeinali and Pourreza-Bilondi 2018). روش‌های ذکر شده داده محور بوده و توزیع آماری داده‌ها در نظر گرفته نشده است. به نظر می‌رسد با ارائه روشی با توجه به توزیع مشترک هیدروگراف‌های ورودی و خروجی می‌توان دقت نتایج را افزایش داد. رویدادهای پیچیده هیدرولوژیکی مانند سیل، خشک‌سالی و طوفان اغلب با تعدادی متغیر تصادفی همبسته مشخص می‌شوند. توابع مفصل می‌توانند ساختار وابستگی را مستقل از توابع توزیع حاشیه‌ای مدل کنند و توزیع‌های چند متغیره با حاشیه‌ها و ساختار وابستگی متفاوت ایجاد کنند.

در واقع مفصل قادر به ساخت توزیع توأم از متغیرهای وابسته دارای توزیع حاشیه‌ای متفاوت می‌باشد و برعکس. برای اولین بار استفاده از تحلیل چند متغیره پارامترهای هیدرولوژیک توسط Snyder (1962) و Wong (1963) ارائه گردید. پس از آن، این روش در برآورد مشخصه‌های بارش، سیلاب و خشک‌سالی توسط محققین مختلفی به کار برده شد. البته اغلب این تحقیقات بر مدل‌سازی دو متغیره تمرکز داشتند. استفاده از توزیع‌های دو متغیره بیشتر در تحلیل فراوانی سیلاب و بارش کاربردی شده و شامل توزیع نرمال دو متغیره، توزیع نمایی دو متغیره، توزیع گامای دو متغیره و توزیع متغیره و توزیع مقادیر حدی دو متغیره می‌باشند (Durrans et al. 2003; Shiao 2003; Beersma and Buishand 2004; Nadarajah and Gupta 2006; He et al. 2007). از سال ۲۰۰۳ به بعد محققانی همچون سالوادوری، فاور و گنست در استفاده از توابع مفصل در بخش هیدرولوژی پیشگام شده‌اند، به طوری که (Favre et al. 2004) از توابع مفصل در مدل‌سازی متغیرهای هیدرولوژیک دو حوضه آبخیز در کبک کانادا استفاده کردند. آن‌ها بیان نمودند که همبستگی بین متغیرهای موجود در مباحث هیدرولوژی را می‌توان با استفاده از این روش مدل‌سازی کرد و نتایج بهتری نسبت به روش‌های پیش‌بینی سنتی یک متغیره داشت. پس از آن مفهوم توابع مفصل به سرعت در زمینه‌های مختلف هیدرولوژی (De Michele et al. 2005;

^۱ - Linear Regression^۲ - Nonlinear Regression^۳ - Least Square Method^۴ - Genetic Algorithm^۵ - Harmony Search^۶ - Lagrange Multivariate Method^۷ - Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno^۸ - Clonal selection algorithm^۹ - Parameter-Setting-Free^{۱۰} - Different evolution algorithm^{۱۱} - Bee Colony^{۱۲} - Ant Colony Optimization

رودخانه کارون در جنوب ایران بین طول جغرافیایی ۴۸ درجه و ۱۵ دقیقه و ۵۲ درجه و ۳۰ دقیقه شرقی و ۳۰ درجه و ۱۷ دقیقه و ۳۳ درجه و ۴۹ دقیقه شمالی با مساحت حوضه ۶۷۰۰۰ کیلومتر مربع واقع شده است. سری زمانی دبی سیلاب از ۱۳۸۷/۰۹/۱۰ تا ۱۳۸۷/۰۹/۱۳ برای این منظور در نظر گرفته شده است. با استفاده از روش پیشنهادی، هیدروگراف خروجی سیلاب‌های مورد مطالعه شبیه‌سازی شد. هیدروگراف سیلاب مورد مطالعه در شکل (۱) ارائه شده است.

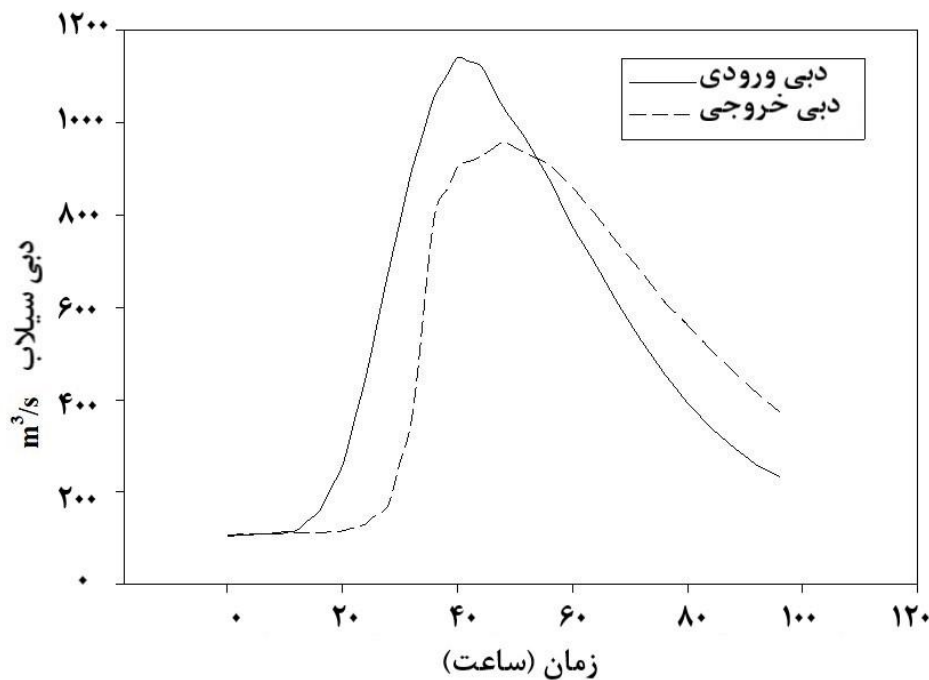
تحلیل فراوانی توأم و تئوری مفصل

توابع مفصل ابتدا توسط (Sklar 1959) معرفی شدند. مفصل‌ها توابعی هستند که توابع توزیع چند متغیره را به توابع توزیع حاشیه‌ای یک بعدی پیوند داده و وصل می‌کنند (Nelsen 2006). تابع مفصل قادر است ساختار وابستگی بین دو یا چند متغیر تصادفی را نشان دهد و اخیراً به عنوان یک روش عملی و کارآمد برای مدل‌سازی وابستگی کلی به داده‌های چند متغیره (به عنوان مثال، Joe 1997) و (Nelsen 2006) ظاهر شده است. برای ارائه یک تعریف دقیق از مفصل‌ها، قضیه اسکالر اصلاح می‌شود.

Shiau et al. 2006; Genest et al. 2007; Chebana and Ouarda 2009; Chen et al. 2011; Salvadori and De Michele 2007; Zhang and Singh 2007; Kao and Govindaraju 2008; Zhang et al. 2013; Mirakbari et al. 2010; Mirabbasi et al. 2013; Zhang et al. 2015; Abdi et al. 2017; Ramezani et al. 2018; Tahroudi et al. 2019; Nazeri et al. 2020; Pronoos Sedighi et al. (2022) مورد بررسی قرار گرفته است. در این مطالعه نیز با هدف شبیه‌سازی هیدروگراف خروجی سیلاب در رودخانه کارون، از مدل شبیه‌ساز مبتنی بر مفصل استفاده شد. هدف این مطالعه استفاده از چگالی شرطی توابع مفصل دو متغیره در شبیه‌سازی دبی خروجی هیدروگراف سیلاب و تحلیل فراوانی واقعه سیلاب می‌باشد. در این مطالعه شبیه‌سازی دو متغیره مبتنی بر مفصل جهت ارائه رابطه پیشنهادی دو متغیره بر اساس توزیع حاشیه‌ای ارائه شده است.

مواد و روش‌ها

در این مطالعه، از داده‌های سیلاب رودخانه کارون در سال (۲۰۰۸) استفاده شده است. این داده‌ها در تحقیقات مختلفی همچون (Vafakhah et al. 2015)، (Zeinali and Pourreza-Bilondi 2018) و (Nazeri Tahroudi et al. 2021) استفاده شده است. این داده‌ها از سیلاب رودخانه کارون در تاریخ ۱۳۸۷/۰۹/۱۰ استخراج شده است. حوضه



شکل (۱): هیدروگراف سیلاب رودخانه کارون در تاریخ ۱۳۸۷/۰۹/۱۰ (Nazeri Tahroudi et al. 2021)

ضریب همبستگی کندال

ضریب همبستگی کندال به طور گسترده‌ای برای اندازه‌گیری وابستگی توابع توزیع چند متغیر غیر نرمال استفاده می‌شود (Kruskal 1958; Genest and Favre 2007; Zhang and Singh 2006).

چگالی شرطی

نکته مهم در بررسی دوره بازگشت‌های شرطی ارائه شده در مطالعات مختلف، عدم اطمینان به نتایج حاصله می‌باشد (Salvadori et al. 2007). لذا در این مطالعه سعی شده است با بررسی روابط چگالی شرطی توابع مفصل بتوان روش جایگزین برای آن پیدا کرد (Nazeri Tahroudi et al. 2021). پارامتر چگالی شرطی مفصل نیز به شرح زیر برآورد می‌شود:

$$C(U, V) = \frac{\partial^2 C(u, v)}{\partial u \partial v} \quad (4)$$

که در آن C برابر با تابع مفصل می‌باشد.

آماره‌های ارزیابی

در این مطالعه از آماره‌های ارزیابی جذر میانگین مربعات خطا^۳ (RMSE)، ضریب نش-ساتکلیف^۴ (NSE)، ضریب آکائیکه^۵ (AIC)، شاخص اطلاعات بیزین^۶ (BIC)، لگاریتم درست‌نمایی^۷ (LogLike) و مجموع مربعات خطا^۸ (SSE) به شرح زیر استفاده شد.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Q}_i - Q_i)^2}{n}} \quad (5)$$

$$SSE = \sum_{i=1}^n (\hat{Q}_i - Q_i)^2 \quad (6)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{Q}_i - Q_i)^2}{\sum_{i=1}^N (Q_i - \bar{Q})^2} \quad (7)$$

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{Q}_i - Q_i)^2 \quad (8)$$

^۳ - Root Mean Square Error

^۴ - Nash-Sutcliffe Efficiency

^۵ - Akaike information criterion

^۶ - Bayesian Information Criterion

^۷ - log-Likelihood

^۸ - Sum of Square Error

اگر متغیرهای تصادفی x_1, \dots, x_n به ترتیب از توابع توزیع حاشیه‌ای دلخواه $F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)$ پیروی کنند، سپس یک مفصل C وجود دارد که این توابع توزیع حاشیه‌ای را برای تابع توزیع مشترک $F(x_1, \dots, x_n)$ به شرح زیر ترکیب می‌کند:

$$F(x_1, \dots, x_n) = C\{(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n))\} \\ = C(u_1, \dots, u_n), \quad x_1, \dots, x_n \in R \quad (1)$$

اگر توابع حاشیه‌ای $F_i(x_i)$ پیوسته باشند، تابع مفصل C منحصر به فرد است. برعکس، اگر C یک تابع مفصل k بعدی باشد، F یک تابع توزیع n بعدی و $F_i(x_i), \dots, F_n(x_n)$ توابع حاشیه‌ای مربوطه می‌باشد.

مفصل‌های شرطی

فرض کنید، X و Y متغیرهای تصادفی با $U_1 = F_X(x)$ و $U_2 = F_Y(y)$ باشند. u_1 و u_2 مقادیر ویژه هستند. به عنوان مثال، تابع توزیع شرطی X که $Y = y$ است را می‌توان این گونه بیان کرد:

$$H(X \leq x | Y \leq y) = C_0(u_1 | U_2 = u_2) \\ = \lim_{\Delta u_2 \rightarrow 0} \frac{C_0(u_1, u_2 + \Delta u_2) - C_0(u_1, u_2)}{\Delta u_2} \\ = \frac{\partial}{\partial u_2} C_0(u_1, u_2) |_{U_2 = u_2} \quad (2)$$

به طور مشابه، یک فرمول معادل برای توابع توزیع شرطی برای Y با توجه به $X = x$ می‌تواند به دست آید. علاوه بر این، برای تابع توزیع شرطی X, Y_Y را می‌توان این گونه بیان کرد:

$$H'(X \leq x | Y \leq y) = C_0(u_1 | U_2 \leq u_2) = \frac{C_0(u_1, u_2)}{u_2} \quad (3)$$

به همین ترتیب، یک فرمول معادل برای تابع توزیع شرطی برای Y با توجه به X_x می‌تواند به دست آید. پارامترهای مفصل متقارن ارشمیدس با استفاده از روش‌های گشتاورها با استفاده از ضریب همبستگی کندال قابل محاسبه می‌باشد. برای مفصل‌های نامتقارن ارشمیدس، روش توابع استنباط برای حاشیه‌ها^۱ (IFM) یا روش تقریبی حداکثر درست‌نمایی^۲ (MPL) می‌تواند انتخاب شود (De Michele et al. 2007; Mirabbasi et al. 2012; Bezak et al. 2017; Hult and Lindskog 2002).

^۱ - Inference functions for margins method

^۲ - Maximum pseudo-likelihood

نتایج و بحث

در این مطالعه با استفاده از توابع مفصل دو متغیره به تحلیل فراوانی وقوع سیلاب در رودخانه کارون در یک واقعه سیلاب مشخص پرداخته شد. در ابتدا به بررسی وجود وابستگی در هیدروگراف ورودی و خروجی سیلاب مدنظر با استفاده از آماره تائو کندال پرداخته شد. نتایج بررسی آماره تائو کندال برای جفت متغیر مورد بررسی (دبی هیدروگراف ورودی (I)-دبی هیدروگراف خروجی (O)) به صورت شکل (۲) ارائه شد. نتایج بررسی همبستگی جفت متغیر I-O با استفاده از آماره تائو کندال، عدد $0/82$ را مطابق شکل (۲) ارائه داد که همبستگی قابل قبولی می‌باشد.

بعد از تأیید وجود همبستگی در داده‌های مورد مطالعه، ابتدا به بررسی توزیع آماری متناسب با هر متغیر پرداخته شد. در این خصوص از توابع توزیع رایج در هیدرولوژی و منابع آب استفاده شد. نتایج بررسی توابع حاشیه‌ای با استفاده از آماره‌های مختلف همچون RMSE و NSE مورد بررسی قرار گرفت. نتایج بررسی توابع حاشیه‌ای متناسب با جفت متغیر مورد بررسی به صورت جدول (۱) ارائه شد.

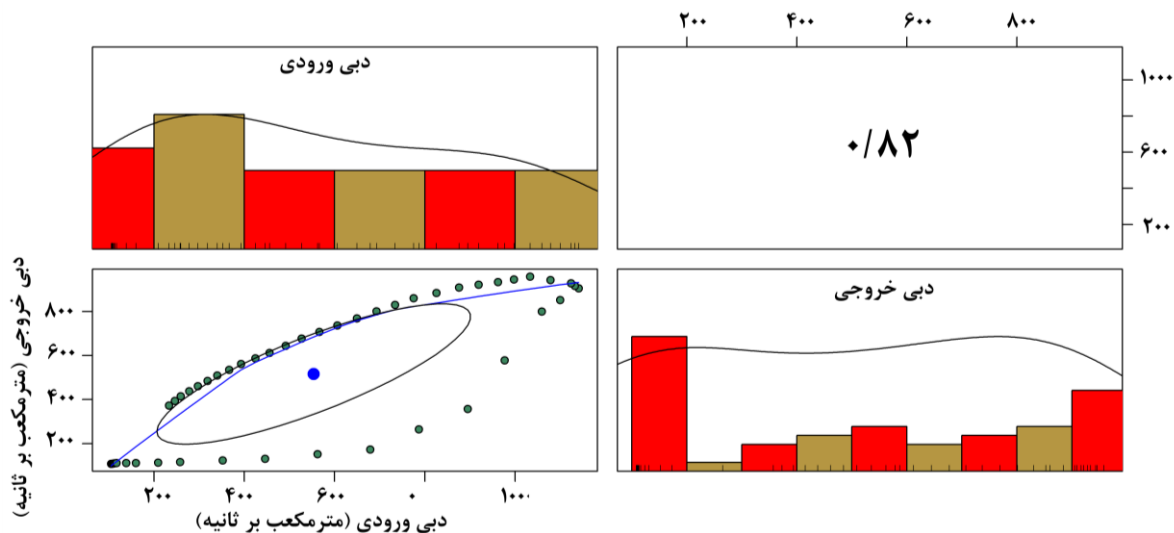
$$AIC = 2m + N \ln(MSE)$$

$$BIC = -2\text{LogLike} + m \log(N) \quad (9)$$

که در آن، Q_i ، \hat{Q}_i و \bar{Q}_i به ترتیب برابر با مقادیر مشاهداتی، مقادیر شبیه‌سازی شده و متوسط مقادیر مشاهداتی در سری زمانی می‌باشد. N نیز تعداد داده‌های مورد مطالعه، m برابر با تعداد پارامترها و LogLike نیز تابع لگاریتم درست‌نمایی می‌باشد (Nash and Sutcliffe 1970; Akbarpour et al. 2020; Nazeri Tahroudi et al. 2021). کمترین میزان $RMSE$ ، BIC ، ACI و Loglike و بیشترین میزان NSE بیانگر برتری مدل می‌باشد.

محاسبات انجام شده در این تحقیق در بستر نرم‌افزار R صورت گرفته است و مراحل انجام شده به شرح زیر است:

- ۱- بررسی توزیع‌های حاشیه‌ای متناسب با داده‌های مورد مطالعه با توجه به توزیع‌های حاشیه‌ای رایج در هیدرولوژی و منابع آب
- ۲- بررسی توابع مفصل متناسب با جفت متغیر مورد بررسی (دبی ورودی و خروجی هیدروگراف)
- ۳- به‌کارگیری چگالی شرطی توابع مفصل دو متغیره در خصوص شبیه‌سازی مقادیر مورد بررسی



شکل (۲): نتایج بررسی همبستگی جفت متغیر I-O در سیلاب رودخانه کارون در تاریخ مورد مطالعه

جدول (۱): نتایج بررسی توزیع‌های متناسب با جفت متغیر مورد بررسی

RMSE (m ³ /s)		NSE		توزیع حاشیه‌ای
I	O	I	O	
۶/۳۶	۷/۵۷	۰/۹۵	۰/۹۳	نرمال
۶/۱۶	۱۰/۸۹	۰/۹۵	۰/۸۶	لاگ نرمال
۸/۸۲	۱۰/۶۶	۰/۹۱	۰/۸۶	نمایی
۵/۳۶	۹/۵۹	۰/۹۷	۰/۸۹	گاما
۶/۰۶	۸/۲۲	۰/۹۶	۰/۹۲	مقادیر حدی تعمیم‌یافته
۶/۱۰	۷/۲۸	۰/۹۶	۰/۹۴	لوجستیک
۵/۵۴	۹/۷۰	۰/۹۶	۰/۸۹	لوجستیک تعمیم‌یافته
۸/۶۶	۱۰/۳۷	۰/۹۱	۰/۸۷	رایلی
۵/۰۷	۸/۶۸	۰/۹۷	۰/۹۱	ناکاکامی
۶/۴۳	۶/۸۸	۰/۹۵	۰/۹۴	پارتو تعمیم یافته
۵/۳۷	۹/۱۹	۰/۹۷	۰/۹۰	ویبول

با توجه به شکل (۳) می‌توان احتمال وقوع توأم جفت متغیر I-O را با احتمالات مختلف برآورد کرد. با در اختیار داشتن ورودی هیدروگراف سیلاب، با احتمالات مختلف می‌توان هیدروگراف خروجی را تخمین زد.

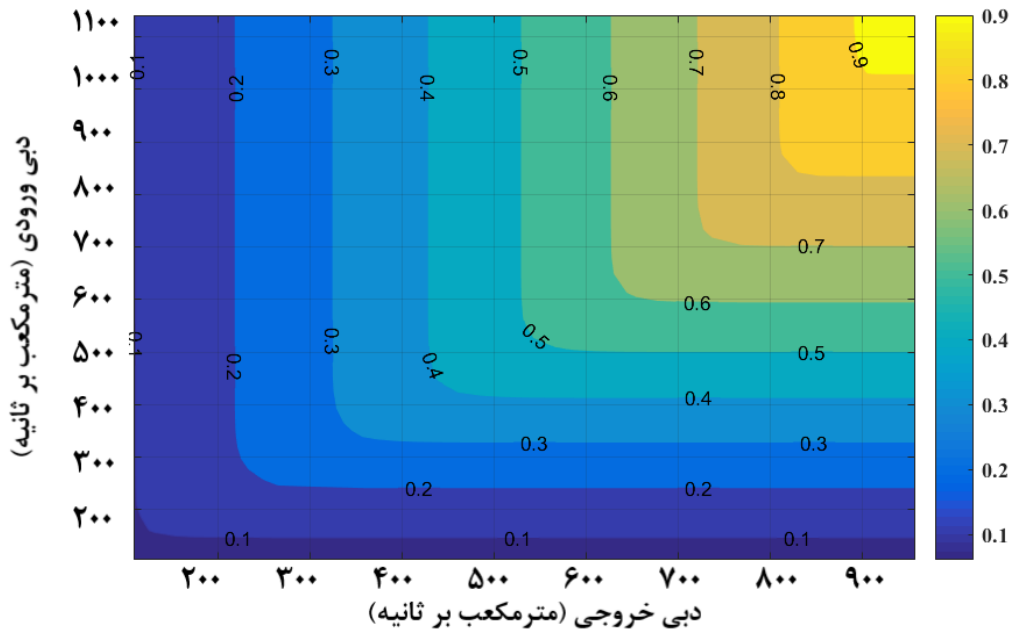
به طور مثال، در صورتی‌که هیدروگراف ورودی سیلاب در منطقه مورد مطالعه ۶۰۰ مترمکعب بر ثانیه باشد، با احتمالات ۳۰، ۴۰، ۵۰ و ۶۰ درصد می‌توان مقادیر دبی خروجی هیدروگراف را به ترتیب حدود ۳۲۰، ۴۳۰، ۵۵۰ و ۷۰۰ مترمکعب بر ثانیه تخمین زد. این منحنی می‌تواند به عنوان منحنی تیپ در منطقه مورد مطالعه جهت مدیریت سیلاب استفاده شود. بر اساس منحنی ارائه شده می‌توان مقادیر متناظر با هیدروگراف ورودی سیلاب را با دقت بالایی تخمین زد. جهت شبیه‌سازی مقادیر هیدروگراف خروجی سیلاب با توجه به مقادیر هیدروگراف ورودی در این مطالعه از چگالی شرطی توابع مفصل استفاده شد. شبیه‌سازی دبی خروجی با توجه به تغییرات هیدروگراف ورودی سیلاب در سیلاب مورد نظر در رودخانه کارون بر اساس چگالی شرطی توابع مفصل به‌صورت شکل (۴) ارائه شد.

با توجه به نتایج ارائه شده در جدول (۱) می‌توان مشاهده کرد که بر اساس کمترین میزان خطا (RMSE) و بیشترین کارایی مدل (NSE)، توزیع‌های حاشیه‌ای ناکاکامی و پارتو تعمیم‌یافته به ترتیب برای متغیرهای I و O به عنوان بهترین توزیع‌های حاشیه‌ای معرفی شدند. با توجه به توزیع‌های حاشیه‌ای برتر، به بررسی توزیع متناسب با داده‌های مورد مطالعه پرداخته شد. بر اساس آماره‌های ارزیابی لگاریتم درستنمایی AIC و BIC، مفصل‌های برتر از بین مفصل‌های رایج در هیدرولوژی و منابع آب انتخاب شدند.

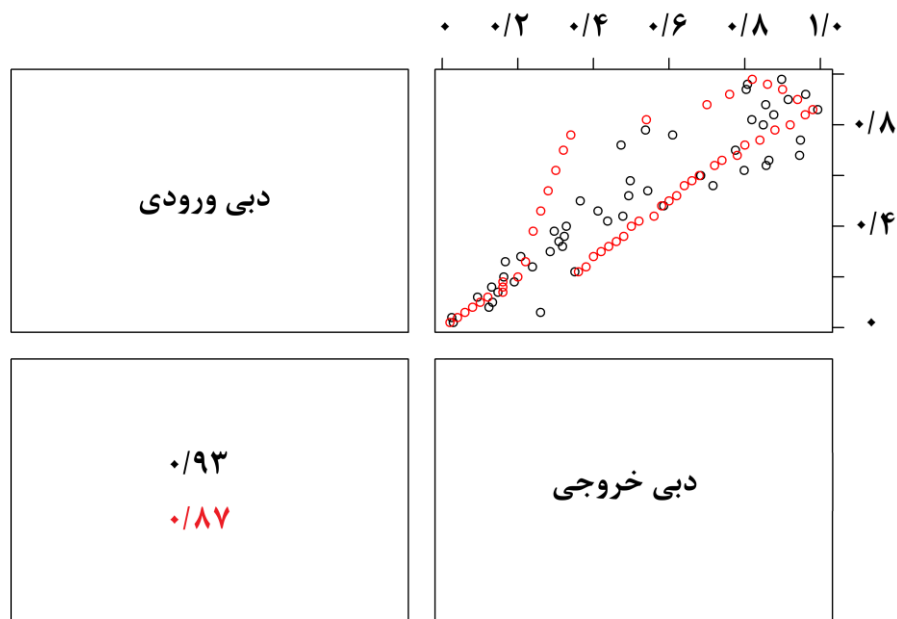
بر اساس آماره‌های یاد شده (Log-Likelihood=۴۴/۰۳)، $RMSE=۰/۰۶۵$ ، $NSE=۰/۹۵$ ، $BIC=-۸۴/۱۶$ و $AIC=-۸۶/۰۶$ مفصل کلایتون با مقدار ضریب θ برابر با ۴/۹ به عنوان مفصل برتر انتخاب شد. نتایج بررسی سایر مفصل‌های مورد مطالعه نیز به‌صورت جدول (۲) ارائه گردید. با انتخاب توزیع‌های حاشیه‌ای برتر و توابع مفصل برتر، تحلیل فراوانی وقوع جفت متغیر I-O مورد بررسی قرار گرفته و احتمال وقوع توأم جفت متغیر مورد بررسی به‌صورت شکل (۳) ارائه شد.

جدول (۲): نتایج برازش توابع مفصل بر جفت متغیر مورد بررسی

آماره/مفصل	پلاکت	گامیل-هوگارد	کلایتون	فرانک	فارلی-گامیل-مورگستر	علی-میخائیل-حق	گالامبوس
NSE	۰/۹۰	۰/۸۲	۰/۹۵	۰/۹۴	۰/۴۵	۰/۸۱	۰/۹۴
RMSE	۰/۰۹۳	۰/۱۲۳	۰/۰۶۵	۰/۰۶۹	۰/۲۱۲	۰/۱۲۷	۰/۰۶۷
ضریب تنا	۱۹/۹۹۹	۱/۷۱۳	۴/۹۰۱	۲۰/۰۰۰	-۰/۹۸۹	۱/۰۰۰	۶/۴۸۳



شکل (۳): احتمال وقوع توأم جفت متغیر I-O در سیلاب رودخانه کارون



شکل (۴): نتایج شبیه‌سازی دبی خروجی متناسب با دبی ورودی در سیلاب مورد نظر در مقیاس مفصلی

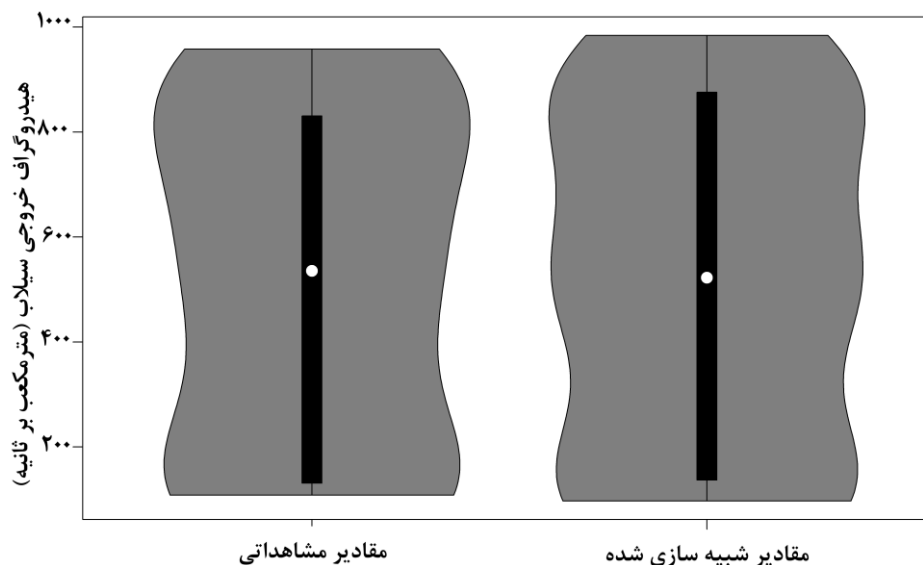
مفصل در این تحقیق بر اساس آماره RMSE برابر با $35/93$ مترمکعب بر ثانیه و ضریب کارایی مدل نیز با توجه به آماره NSE برابر با $0/96$ می‌باشد. با توجه به مطالعات مختلف صورت گرفته در این زمینه، مقادیر SSE نیز برابر با $10581/29$ مترمکعب بر ثانیه برآورد شد. نتایج مقایسه مدل پیشنهادی با نتایج سایر محققین به صورت جدول (۳) ارائه گردید. جهت بررسی قطعیت مقادیر شبیه‌سازی شده از واپولین پلات استفاده شد. واپولین

در شکل (۴)، نمونه‌های قرمز رنگ بیانگر داده‌های مشاهداتی و نمونه‌های مشکی نشان‌دهنده مقادیر مشاهداتی می‌باشد. عدد قرمز رنگ ($0/87$) نشان‌دهنده همبستگی مقادیر مشاهداتی و عدد مشکی ($0/93$) نیز نشان‌دهنده همبستگی مقادیر شبیه‌سازی شده می‌باشد. با توجه به شکل (۴) می‌توان مشاهده کرد که همبستگی مقادیر شبیه‌سازی شده حدود ۷ درصد بیشتر از مقادیر مشاهداتی می‌باشد. میزان خطای شبیه‌سازی مبتنی بر

جدول (۳): نتایج تحقیقات سایر محققین در زمینه شبیه‌سازی

محققین	نوع روش مورد بررسی	SSE (m ³ /s)	درصد بهبودی
Vafakhah et al. (2015)	ABC	۱۷۷۱۶۱/۴۰	۹۴
Zeinali and Pourreza-Bilondi (2018)	ACO	۱۴۴۶۹۱/۷۳	۹۲
Nazeri Tahroudi et al. (2021)	Copula	۱۰۶۵۵/۶۸	۰/۶۹
تحقیق حاضر	چگالی شرطی توابع مفصل در خصوص ارائه رابطه پیشنهادی	۱۰۵۸۱/۲۹	---

پلات مقادیر مشاهداتی و شبیه‌سازی شده خروجی هیدروگراف سیلاب مورد نظر به صورت شکل (۵) ارائه شد. دایره سفید رنگ این نمودار بیانگر متوسط داده‌ها، حد بالا و پایین مستطیل مشکی نیز به ترتیب چارک سوم و اول داده‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به شکل (۵) می‌توان تطابق خوبی بین مقادیر مشاهداتی و شبیه‌سازی شده مشاهده کرد. واپولین پلات ارائه شده نشان می‌دهد که چارک اول و سوم داده‌ها و همچنین متوسط تغییرات مقادیر مشاهداتی با توجه به توابع مفصل مورد استفاده به‌خوبی شبیه‌سازی شده است. مدل شبیه‌ساز مبتنی بر مفصل به‌خوبی توانسته است رابطه بین هیدروگراف ورودی و هیدروگراف خروجی را به دست آورد. نتایج تحقیق نشان داد که مدل مبتنی بر مفصل به خوبی و با قطعیت بالایی توانسته است مقادیر هیدروگراف خروجی را با توجه به هیدروگراف ورودی شبیه‌سازی کند.



شکل (۵): واپولین پلات مقادیر مشاهداتی و شبیه‌سازی شده خروجی هیدروگراف سیلاب رودخانه کارون

که در آن، I برابر با هیدروگراف ورودی سیلاب (مترمکعب بر ثانیه) و O نیز هیدروگراف خروجی سیلاب (مترمکعب بر ثانیه) می‌باشد. رابطه پیشنهادی میزان خطایی برابر با ۱۸۲ مترمکعب بر ثانیه، کارایی مدل (NSE) ۶۶ درصد و همبستگی ۷۱ درصد دارد. رابطه پیشنهادی با توجه به مقادیر سیلاب در منطقه مورد مطالعه، توزیع حاشیه‌ای و

در این مطالعه با بهره‌گیری از چگالی شرطی توابع مفصل اقدام به ارائه رابطه پیشنهادی در خصوص شبیه‌سازی مقادیر خروجی هیدروگراف سیلاب به شرط وقوع هیدروگراف ورودی سیلاب شد. در نهایت رابطه شبیه‌سازی مقادیر O بر مبنای I به شرح زیر شد:

$$O = 1.4847I^{0.9166} \quad (10)$$

چگالی شرطی آن‌ها ارائه شده است و تا زمان تغییر توزیع حاشیه‌ای سیلاب‌های منطقه قابل اعتماد می‌باشد.

نتیجه‌گیری

در این مطالعه جهت شبیه‌سازی هیدروگراف خروجی سیلاب متناظر با هیدروگراف ورودی در رودخانه کارون برای واقعه سیلاب مورخه ۱۳۸۷/۰۹/۱۰ از شبیه‌سازی مبتنی بر مفصل استفاده شد. ضمن بررسی و تأیید وجود همبستگی بر داده‌های مورد مطالعه، توزیع حاشیه‌ای ناکاگامی برای مقادیر ورودی هیدروگراف و توزیع حاشیه-ای پارتو تعمیم‌یافته برای مقادیر خروجی هیدروگراف بر اساس معیارهای RMSE و NSE انتخاب شدند. با توجه به توزیع‌های منتخب و بر اساس معیارهای AIC، BIC و

Log Likelihood، مفصل کلاپتون با ضریب θ برابر با $4/9$ به عنوان مفصل برتر انتخاب شد. با استفاده از مفصل منتخب، تحلیل فراوانی وقوع جفت متغیر I-O صورت گرفت. نتایج تحلیل فراوانی وقوع توأم منجر به ارائه منحنی‌های تیپ برای شبیه‌سازی و تخمین مقادیر هیدروگراف خروجی بر مبنای هیدروگراف ورودی سیلاب شد. در نهایت با توجه به چگالی شرطی توابع مفصل به شبیه‌سازی مقادیر هیدروگراف خروجی پرداخته شد که نتایج نشان‌دهنده دقت و قطعیت بالای مدل شبیه‌ساز مبتنی بر مفصل در شبیه‌سازی مقادیر هیدروگراف خروجی سیلاب می‌باشد.

منابع

1. Abdi A., Hassanzadeh Y., Talatahari S., Fakheri-Fard A., and Mirabbasi, R. 2017. Regional bivariate modeling of droughts using L-comoments and copulas. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 31(5):1199-1210.
2. Akbarpour A., Zeynali M.J., and Nazeri Tahroudi M. 2020. Locating optimal position of pumping Wells in aquifer using meta-heuristic algorithms and finite element method. *Water Resources Management*, 34(1):21-34.
3. Beersma J.J., and Buishand T.A. 2004. The joint probability of rainfall and runoff deficits in the Netherlands. p. 1-10. *World Water and Environmental Resources Congress*, June 27-July 1. 2004. Salt Lake City, Utah, United States.
4. Bezak N., Rusjan S., Kramar Fijavž M., Mikoš M., and Šraj M.J.W. 2017. Estimation of suspended sediment loads using copula functions. *Water*, 9(8):628.
5. Chebana, F., and Ouarda, T. B. 2009. Index flood-based multivariate regional frequency analysis. *Water Resources Research*, 45(10):1-15.
6. Chen L., Singh V.P., Shenglian G., Hao Z., and Li T. 2011. Flood coincidence risk analysis using multivariate copula functions. *Journal of Hydrologic Engineering*, 17(6):742-755.
7. Das A. 2004. Parameter estimation of Muskingum models. *Journal of Irrigation and Drain Engineering*, 130(2):140-147.
8. De Michele C., Salvadori G., Canossi M., Petaccia A., and Rosso R. 2005. Bivariate statistical approach to check adequacy of dam spillway. *Journal of Hydrologic Engineering*, 10(1):50-57.
9. Durrans S.R., Eiffe M.A., Thomas W.O., and Goranflo H.M. 2003. Joint seasonal / annual flood frequency analysis. *Journal of Hydrologic Engineering*, 8(4):181-189.
10. Favre A.C., El Adlouni S., Perreault L., Thiémonge N., and Bobée B. 2004. Multivariate hydrological frequency analysis using copulas. *Water Resources Research*, 40(1):1-12.
11. Geem Z.W. 2006. Parameter estimation for the nonlinear Muskingum model using the BFGS technique. *Journal of Irrigation and Drain Engineering*, 132(5):474-478.
12. Geem, Z.W. 2011. Parameter estimation of the nonlinear Muskingum model using parameter-setting-free harmony search algorithm. *Journal of Hydrology Engineering*, 16(8):684-688.
13. Genest C., and Favre A. C. 2007. Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask. *Journal of Hydrologic Engineering*, 12(4):347-368.
14. He H., Zhou J., Yu Q., Tian Y.Q., and Chen R.F. 2007. Flood frequency and routing processes at a confluence of the middle Yellow River in China. *River Research and Applications*, 23(4):407-427.
15. Hu Y., Liang Z., and Liu Y. 2015. Quantitative assessment of climate change and human activities impact on the designed annual runoff. P. 3595-3606. *EGU General Assembly Conference*, 12-17 April. 2015. EGU General Assembly, Vienna, Austria.

16. Hult H., and Lindskog F. 2002. Multivariate extremes, aggregation and dependence in elliptical distributions. *Advances in Applied probability*, 34(3):587-608.
17. Jain S., and Lall U. 2000. Magnitude and timing of annual maximum floods: Trends and large-scale climatic associations for the Blacksmith Fork River, Utah. *Water Resources Research*, 36(12):3641-3651.
18. Joe H. 1997. *Multivariate models and multivariate dependence concepts*. CRC press.
19. Kao S.C., and Govindaraju R.S. 2008. Trivariate statistical analysis of extreme rainfall events via the Plackett family of copulas. *Water Resources Research*, 44(2):1-19.
20. Karahan H., Gurarslan G., and Geem Z.W. 2012. Parameter estimation of the nonlinear Muskingum flood-routing model using a hybrid harmony search algorithm. *Journal of Hydrologic Engineering*, 18, 352-360.
21. Khozaymehnezhad H., and Nazeri-Tahroudi M. 2020. Analyzing the frequency of non-stationary hydrological series based on a modified reservoir index. *Arabian Journal of Geosciences*, 13(5):1-13.
22. Khozaymehnezhad H., and Tahroudi M.N. 2019. Annual and seasonal distribution pattern of rainfall in Iran and neighboring regions. *Arabian Journal of Geosciences*, 12(8):271.
23. Kim J.H., Geem Z.W., and Kim E.S. 2001. Parameter estimation of the nonlinear Muskingum model using harmony search. *Journal of the American Water Resources Association*, 37(5):1131-1138.
24. Li B., Yu Z., Liang Z., Song K., Li H., Wang Y., and Acharya K. 2013. Effects of climate variations and human activities on runoff in the Zoige alpine wetland in the eastern edge of the Tibetan Plateau. *Journal of Hydrologic Engineering*, 19(5):1026-1035
25. Luo J., and Xie J. 2010. Parameter estimation for the nonlinear Muskingum model based on immune clonal selection algorithm. *Journal of Hydrologic Engineering*, 15(10):844-851.
26. Mirabbasi R., Anagnostou E.N., Fakheri-Fard A., Dinpashoh Y., and Eslamian S. 2013. Analysis of meteorological drought in northwest Iran using the Joint Deficit Index. *Journal of Hydrology*, 492:35-48.
27. Mirakbari M., Ganji A., and Fallah S. 2010. Regional bivariate frequency analysis of meteorological droughts. *Journal of Hydrologic Engineering*, 15(12):985-1000.
28. Mohan S. 1997. Parameter Estimation of Nonlinear Muskingum Models using Genetic Algorithm. *Journal of Hydraulic Engineering*, 123:137-142.
29. Nadarajah S., and Gupta A.K. 2006. Intensity-duration models based on bivariate gamma distributions. *Hiroshima Mathematical Journal*, 36(3):387-395.
30. Nash J.E., and Sutcliffe J.V. 1970. River flow forecasting through conceptual models part I—A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10(3):282-290.
31. Nazeri T.M., Ramezani Y., De Michele C., and Mirabbasi R. 2020. Estimation of the Joint Frequency of Peak Flow Discharge-Suspended Load of Zarinerood Basin Using Two-Dimensional Analysis. *Journal of Water and Soil (Agricultural Sciences and Technology)*, 34(2):333-347. <https://doi.org/10.22067/jsw.v34i2.81812>. (In Persian).
32. Nazeri Tahroudi M., Ramezani Y., De Michele C., and Mirabbasi R. 2021. Flood routing via a copula-based approach. *Hydrology Research*, 52(6):1294-1308.
33. Nelsen R.B. 2006. *An introduction to copulas*, ser. Lecture Notes in Statistics. New York: Springer.
34. Powell R. 1985. Regression diagnostics and robust regression in geothermometer/geobarometer calibration: the garnet-clinopyroxene geothermometer revisited. *Journal of Metamorphic Geology*, 3(3):231-243.
35. Pronoos Sedighi M., Ramezani Y., Nazeri Tahroudi M., and Taghian M. 2022. Joint frequency analysis of river flow rate and suspended sediment load using conditional density of copula functions. *Acta Geophysica*, <https://doi.org/10.1007/s11600-022-00894-5>
36. Ramezani Y., Tahroudi M. N., and Ahmadi F. 2019. Analyzing the droughts in Iran and its eastern neighboring countries using copula functions. *IDŐJÁRÁS/Quarterly Journal of the Hungarian Meteorological Service*, 123(4):435-453.
37. Salvadori G., and De Michele C. 2007. On the use of copulas in hydrology: theory and practice. *Journal of Hydrologic Engineering*, 12(4):369-380.

38. Salvadori G., De Michele C., Kottegoda, N. T., and Rosso R. 2007. *Extremes in Nature: An approach using Copulas*. Springer, Dordrecht, The Netherlands.
39. Shiau J. 2003. Return period of bivariate distributed extreme hydrological events. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 17(1-2):42-57.
40. Shiau J.T., Wang H. Y., and Tsai C. T. 2006. Bivariate Frequency Analysis of Floods Using COPULAS1. *Jawra Journal of the American Water Resources Association*, 42(6):1549-1564.
41. Sklar M. 1959. Fonctions de repartition an dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institut de statistique de l'Université de Paris*, 8:229-231.
42. Snyder W.M. 1962. Some possibilities for multivariate analysis in hydrologic studies. *Journal of Geophysical Research*, 67(2):721-729.
43. Tahroudi M.N., Pourreza-Bilondi M., and Ramezani Y. 2019. Toward coupling hydrological and meteorological drought characteristics in Lake Urmia Basin, Iran. *Theoretical and Applied Climatology*, 138(3-4):1511-1523.
44. Tahroudi M.N., Ramezani Y., De Michele C., and Mirabbasi R. 2020a. A New Method for Joint Frequency Analysis of Modified Precipitation Anomaly Percentage and Streamflow Drought Index Based on the Conditional Density of Copula Functions. *Water Resources Management*, 34(13):4217-4231.
45. Tahroudi M.N., Ramezani Y., De Michele C., and Mirabbasi R. 2020b: Analyzing the conditional behavior of rainfall deficiency and groundwater level deficiency signatures by using copula functions. *Hydrology Research*, 51(6):1348, <https://doi.org/10.2166/nh.2020.036>
46. Vafakhah M., Dastorani A., and Moghadam Nia A. 2015. Optimal Parameter Estimation for Nonlinear Muskingum Model based on Artificial Bee Colony Algorithm. *ECOPERSIA*, 3(1):847-865. (In Persian).
47. Vogel R.M., Yaindl C., and Walter M. 2011. Nonstationarity: flood magnification and recurrence reduction factors in the United States1. *Journal of the American Water Resources Association*, 47(3):464-474
48. Wong S.T. 1963. A multivariate statistical model for predicting mean annual flood in New England. *Annals of the Association of American Geographers*, 53(3):298-311.
49. Xu D.M., Qiu L., and Chen S.Y. 2011. Estimation of nonlinear Muskingum model parameter using differential evolution. *Journal of Hydrologic Engineering*, 17, 348-353.
50. Yoon J.W., and Padmanabhan G. 1993. Parameter-estimation of linear and nonlinear Muskingum models. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 119(5):600-610.
51. Zeinali M.J., and Pourreza-Bilondi M. 2018. Estimation of Optimal Parameters of the Nonlinear Muskingum Model Using Continuous Ant Colony Algorithm. *Journal of Irrigation and Water Engineering*, 8(3): 94-108. http://www.waterjournal.ir/article_74087_en.html. (In Persian).
52. Zhang D.D., Yan D.H., Lu F., Wang Y.C., and Feng J. 2015. Copula-based risk assessment of drought in Yunnan province, China. *Natural Hazards*, 75(3):2199-2220.
53. Zhang L., and Singh V.P. 2007. Bivariate rainfall frequency distributions using Archimedean copulas. *Journal of Hydrology*, 332(1-2):93-109.
54. Zhang Q., Li J., Singh V.P., and Xu C.Y. 2013. Copula- based spatio- temporal patterns of precipitation extremes in China. *International Journal of Climatology*, 33(5):1140-1152.

The Application of Two-Dimensional Copulas in Simulation of Flood Discharge Outlet

Mohammad Nazeri Tahroudi*¹, Farshad Ahmadi², Rasoul Mirabbasi Najafabadi³

DOI: 10.22103/nrswe.2023.20260.1012

Abstract

In this study, using the copula-based approach, the simulation of the flood discharge in the Karun River has been studied. In this regard, the flood in 11/30/2008 of the Karun River was used. Using the Nakagami and generalized Pareto marginal distributions, various copula functions were investigated, and the results showed the superiority of the Clayton copula with a parameter value of $\theta = 4.9$. According to Clayton copula and marginal distributions, the analysis of the frequency of occurrence of the pair variable of inflow and outflow hydrographs was carried out, and the results led to the presentation of a typical curve regarding the estimation of different values of the outflow hydrograph corresponding to the values of the inflow hydrograph. This curve can simulate the output values of the hydrograph with different probability and based on the input values. Copula-based simulation, according to the conditional density of copula functions showed that the correlation coefficient of the simulated values is 7% higher than the observed values. The accuracy and certainty of simulating the output values of the hydrograph was also confirmed according to the violin plot. The results of this research showed that the copula-based simulation model has a high efficiency in simulating the output flow of the flood hydrograph. The results of the copula-based simulation, based on the root mean square error and Nash-Sutcliffe statistics, showed an error rate of 35.93 cubic meters per second and an efficiency of 0.96, respectively. The conditional density used in this research led to the presentation of a proposed equation regarding the simulation of the flood hydrograph outlet under the condition of the occurrence of the flood hydrograph inlet in the study area with an efficiency of 66%.

Keywords: Flood Discharge, Routing, Copula, Karun.

¹*- Postdoctoral Researcher, Department of Water Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran.
Corresponding author email: m_nazeri2007@yahoo.com

² - Assistant Professor, Department of Hydrology and Water Resources, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran.

³ - Associate Professor, Department of Water Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran